

Automatyka i robotyka – laboratorium.

SCILAB/Xcos – Modelowanie obiektów dynamicznych.

Xcos (Hybrid Connected Object Simulator) jest pakietem programu Scilab przeznaczonym do modelowania i symulacji układów dynamicznych zarówno ciągłych jak i dyskretnych. Program stanowi przyjazne narzędzie do edycji układów za pomocą odpowiednio połączonych elementów (bloków). W budowie układów mogą być stosowane elementy umieszczone w paletach programu **Xcos**, lub elementy edytowane przez użytkownika.

SESJA 2: Modelowanie rzeczywistych obiektów dynamicznych.

Obiektem dynamicznym (o parametrach charakteryzujących się zmiennością w czasie) będzie zbiornik, do którego wprowadzana jest ciecz za pomocą pompy. W analizowanym zbiorniku możliwy jest wypływ cieczy po otwarciu zaworu spustowego. Natężenie wypływu swobodnego jest zależne od poziomu cieczy w zbiorniku (ciśnienie hydrostatyczne) oraz od stopnia otwarcia zaworu spustowego. Zamodelowany układ powinien umożliwić symulację zmian poziomu cieczy w zbiorniku w funkcji czasu, dla różnych wartości strumieni dopływu oraz wypływu. Symulacja i graficzna prezentacja zmian poziomu cieczy może być prezentowana w czasie rzeczywistym dzięki czemu będzie miała pełne odniesienie do rzeczywistego układu, lub symulacja może zostać przyspieszona/opóźniona w stosunku do czasu rzeczywistego. Układ symulacyjny powinien umożliwiać pośrednie nastawianie wartości strumieni dopływających i wypływających ze zbiornika.

Schemat funkcjonalny układu przedstawia rysunek.

Sygnal wymuszający (wejściowy) $u(t)$ powoduje dopływ cieczy z natężeniem przepływu (strumieniem) $q_{in}(t)$ proporcjonalnym do sygnału wejściowego.

$$q_{in}(t) = K_u u(t)$$

Jeżeli otwarty zostanie zawór spustowy to wypływ cieczy odbywa się z natężeniem przepływu (strumieniem) $q_{out}(t)$ proporcjonalnym do pierwiastka kwadratowego z różnicy ciśnień jaka powstaje na zaworze spustowym. W analizowanym przypadku wypływu swobodnego różnica ciśnień na zaworze jest równa ciśnieniu hydrostatycznemu, które wynika z aktualnego poziomu cieczy w zbiorniku.

$$q_{out}(t) = K_v (\rho g h(t))^{1/2}$$

Strumień wypływający może być też opisany z wykorzystaniem równania Torricellego na prędkość wypływu cieczy.

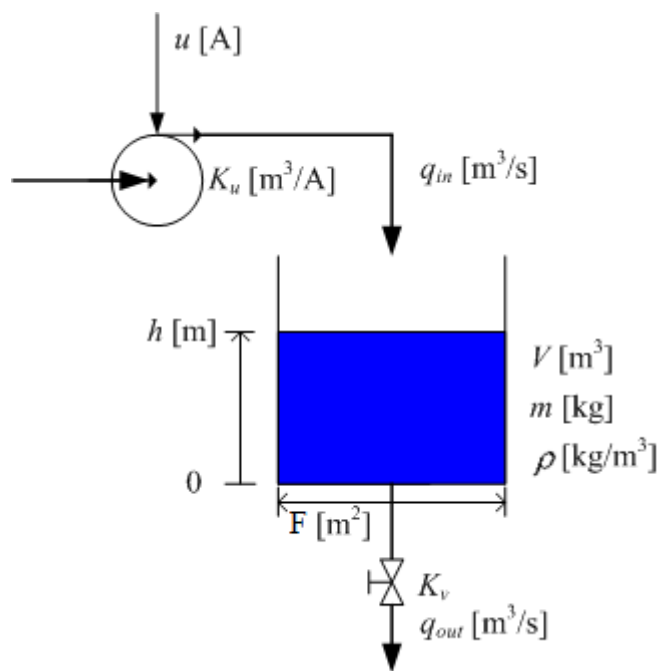
$$v = (2gh)^{1/2}$$

$$q_{out}(t) = s * v = s * (2gh(t))^{1/2} \text{ -- } s \text{ -- powierzchnia wypływu zaworu.}$$

Pierwszym krokiem podczas budowy układu symulacyjnego jest stworzenie modelu matematycznego analizowanego układu/obektu. Model matematyczny polega na zapisie w postaci równań matematycznych (dla układów dynamicznych są to najczęściej równania różniczkowe) odpowiednich relacji występujących w modelowanym układzie uwzględniając odpowiednie parametry i zmienne charakteryzujące układ.

Parametrami charakteryzującymi analizowany obiekt będą:

- gęstość cieczy: $\rho = 1000 \text{ [kg/cm}^3\text{]}$,
- przysp. ziemskie: $g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$,
- wsp. proporcjonalności wypływu (zaworu): $K_v = 0.0005$,
- wsp. proporcjonalności dopływu (pompy): $K_u = 2 \text{ [m}^3\text{/A]}$,
- powierzchnia zbiornika: $F = 1 \text{ [m}^2\text{]}$,



- graniczne wartości poziomów cieczy: $h_{max}=1$ [m], $h_{min}=0$ [m],
- maksymalna objętość zbiornika: $V_{max}=F \cdot h_{max} = 1$ [m³]

Zmienne charakteryzujące analizowany obiekt :

- sygnał wejściowy uruchamiający dopływ $u(t)$,
- poziom cieczy w zbiorniku $h(t)$.

Model matematyczny można zapisać na podstawie bilansu ilości cieczy dopływającej, wypływającej oraz znajdującej się w zbiorniku. Ilość cieczy można rozpatrywać jako masę lub objętość (zakładając gęstość jako stały parametr).

W pierwszym kroku analizujemy zbiornik bez wypływu (zamknięty zawór spustowy). Cała dopływająca ciecz pozostaje w zbiorniku powodując zwiększanie poziomu cieczy $h(t)$.

Z bilansu objętości wynika, że ilość cieczy dopływającej jest równa zmianie objętości cieczy w zbiorniku, co można zapisać matematycznie:

$$q_{in}(t) = dV/dt, \text{ stąd:}$$

$$K_u u(t) = dV/dt,$$

$$\text{ponieważ } V = F h(t), \text{ oraz } dV/dt = F dh/dt$$

otrzymujemy ostateczną postać równania opisującego zależność między wymuszeniem $u(t)$ a odpowiedzią $h(t)$ analizowanego układu:

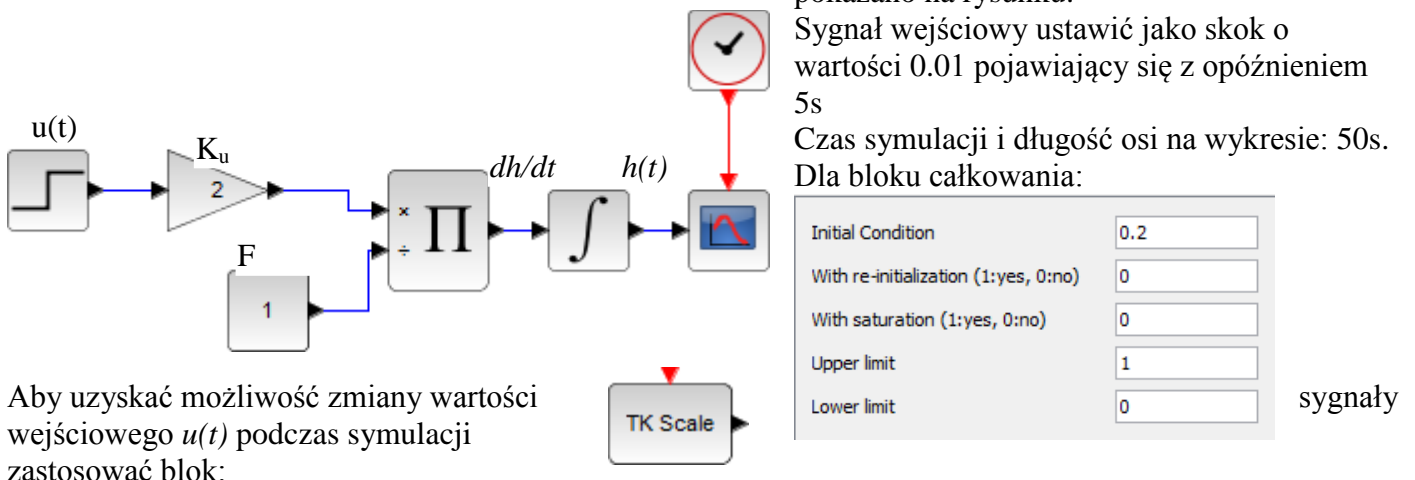
$$K_u u(t) = F dh/dt$$

Punktem startowym do zaprojektowania modelu symulacyjnego jest przekształcenie powyższego równania w taki sposób, aby po lewej stronie równania pozostała tylko pochodna sygnału wyjściowego dh/dt zaś pozostałe elementy równania zostały przeniesione na stronę prawą:

$$dh/dt = (K_u/F) u(t)$$

Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe można uzyskać funkcję opisującą zmiany poziomu cieczy w czasie $h(t)$. Rozwiązanie można uzyskać za pomocą układu symulacyjnego przeprowadzając całkowanie wyrażenia dh/dt względem czasu (stosując blok całkowania).

Tworzenie schematu symulacyjnego można rozpocząć wstawiając blok całkujący. Wejście do tego bloku jest dh/dt , a wyjściem jest $h(t)$. Następnie należy dodać bloki realizujące funkcyjne, które występują po prawej stronie równania różniczkowego opisującego analizowany obiekt. Otrzymany schemat może być, jak pokazano na rysunku:



W kolejnym kroku przeprowadzić analogiczne działania i utworzyć model symulacyjny dla zbiornika ze swobodnym wypływem.